

# Оглавление

Предисловие редактора перевода . . . . .	5
Предисловие автора к русскому изданию . . . . .	9
Предисловие автора . . . . .	10
<b>Глава 1. Ряды Фурье. Преобразование Фурье . . . . .</b>	<b>13</b>
§ 1. Ряды Фурье . . . . .	13
§ 2. Интегралы Дирихле . . . . .	16
§ 3. Приложение к уравнению теплопроводности . . . . .	24
§ 4. Система ортогональных функций в $L^2(\Omega)$ . . . . .	27
§ 5. Интегральная формула Фурье . . . . .	32
§ 6. Преобразование Фурье . . . . .	35
§ 7. Случай многих переменных. Функциональные пространства . . . . .	40
§ 8. Кратные ряды Фурье . . . . .	44
§ 9. Преобразование Фурье функций нескольких переменных . . . . .	51
§ 10. Теорема Планшереля . . . . .	54
§ 11. Обобщение теоремы Планшереля . . . . .	57
<b>Глава 2. Распределения . . . . .</b>	<b>61</b>
§ 1. Определение распределения, сходимость последовательности распределений . . . . .	61
§ 2. Основные свойства пространств Фреше . . . . .	71
§ 3. Функциональные пространства $\mathcal{E}'_L^m(\Omega)$ и $\mathcal{D}'_L^m(\Omega)$ . . . . .	84
§ 4. Структуры пространств $\mathcal{D}'_{L^2}^m(\Omega)$ и $\mathcal{E}'$ . . . . .	93
§ 5. Преобразование Фурье распределений . . . . .	109
§ 6. Преобразования Фурье некоторых функций . . . . .	120
§ 7. Связь между преобразованием Фурье и сверткой . . . . .	130
§ 8. Преобразование Лапласа для функций . . . . .	135
§ 9. Преобразование Лапласа распределений . . . . .	138
§ 10. Преобразование Лапласа векторнозначных функций . . . . .	145
§ 11. Преобразование Фурье сферически симметричной функции . . . . .	149
§ 12. Фундаментальные решения эллиптических операторов с постоянными коэффициентами . . . . .	153
<b>Глава 3. Эллиптические уравнения (общая теория) . . . . .</b>	<b>158</b>
§ 1. Введение . . . . .	158
§ 2. Решение задачи Дирихле (оператор Грина) . . . . .	161
§ 3. Теорема Реллиха . . . . .	183

§ 4.	След на границе (граничные значения в расширенном смысле)	187
§ 5.	Описание пространства $\mathcal{Z}_{L^2}^1(\Omega)$	197
§ 6.	Свойства пространства $\mathcal{E}_{L^2}^m(\Omega)$	199
§ 7.	Улучшение оценки для $\gamma f$	200
§ 8.	Краевые задачи для эллиптического дифференциального уравнения второго порядка	204
§ 9.	Задача Дирихле для общего эллиптического уравнения второго порядка	209
§ 10.	Теорема об альтернативе Фредгольма для вполне непрерывного оператора	216
§ 11.	Дифференцируемость решений	220
§ 12.	Дифференцируемость решения в окрестности границы	227
§ 13.	Интерполяционная теорема для $\mathcal{E}_{L^2}^m(R_+^n)$	236
§ 14.	Некоторые замечания о задаче Дирихле	240
§ 15.	Краевая задача третьего рода	243
§ 16.	Расширение самосопряженных операторов	246
§ 17.	Задача Дирихле для эллиптического оператора высокого порядка	249
Глава 4. Задача с начальными условиями (задача Коши)		252
§ 1.	Введение	252
§ 2.	Теоремы Коши — Ковалевской и Хольмгрена	254
§ 3.	Замечания о разрешимости задачи Коши	261
§ 4.	Локальная разрешимость задачи Коши	265
§ 5.	Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных условий	270
§ 6.	Область зависимости	278
§ 7.	Теорема существования решений	281
§ 8.	Процессы с конечной скоростью распространения	284
§ 9.	Решение волнового уравнения	286
§ 10.	Системы гиперболических уравнений первого порядка	290
Глава 5. Эволюционные уравнения		294
§ 1.	Введение	294
§ 2.	Задача Коши	294
§ 3.	Преобразование Лапласа и полугруппы	298
§ 4.	Параболические полугруппы	308
§ 5.	Полугруппы для самосопряженных операторов	314
§ 6.	Два примера параболических уравнений	316
Глава 6. Гиперболические уравнения		319
§ 1.	Введение	319
§ 2.	Энергетическое неравенство для симметрической гиперболической системы	319
§ 3.	Замечания об энергетических неравенствах	324
§ 4.	Первая теорема существования решения симметрической гиперболической системы уравнений (случай, когда коэффициенты не зависят от $t$ )	328
§ 5.	Вторая теорема существования для симметрической гиперболической системы уравнений (общий случай)	337

§ 6.	Несимметрические гиперболические системы . . . . .	344
§ 7.	Сингулярные интегральные операторы . . . . .	346
§ 8.	Свойства сингулярных интегральных операторов . . . . .	351
§ 9.	Энергетическое неравенство для системы гиперболических уравнений . . . . .	356
§ 10.	Энергетическое неравенство для гиперболических уравнений . . . . .	363
§ 11.	Теорема существования решения для системы гиперболических уравнений . . . . .	365
§ 12.	Область зависимости . . . . .	369
§ 13.	Теорема существования решения для гиперболического уравнения . . . . .	375
§ 14.	Единственность решения задачи Коши . . . . .	376
Глава 7. Почти линейные гиперболические уравнения . . . . .		385
§ 1.	Введение . . . . .	385
§ 2.	Оценка произведения функций . . . . .	385
§ 3.	Гладкость сложной функции . . . . .	390
§ 4.	Первая теорема существования (случай гиперболических систем) . . . . .	393
§ 5.	Вторая теорема существования (случай одного уравнения) . . . . .	399
§ 6.	Пример (почти линейное волновое уравнение) . . . . .	403
Глава 8. Функции Грина и спектры . . . . .		408
§ 1.	Введение . . . . .	408
§ 2.	Функции Грина и компенсирующие функции . . . . .	408
§ 3.	Функция Грина для оператора $\Delta - \lambda$ . . . . .	412
§ 4.	Теорема Фредгольма . . . . .	414
§ 5.	Построение функции Грина . . . . .	422
§ 6.	Свойства функций Грина . . . . .	433
§ 7.	Решение волнового уравнения во внешней области . . . . .	439
§ 8.	Дискретный спектр оператора Шредингера . . . . .	445
§ 9.	Дискретный и непрерывный спектры . . . . .	446
§ 10.	Расширение по Фридрихсу . . . . .	448
§ 11.	Дискретный спектр . . . . .	454
§ 12.	Об отрицательной части спектра . . . . .	456
§ 13.	Самосопряженные расширения . . . . .	460
§ 14.	Отрицательная часть спектра оператора $-\Delta + c(x)$ . . . . .	463
Дополнительные замечания . . . . .		467
§ 1.	Общие краевые задачи для эллиптических уравнений высокого порядка . . . . .	467
§ 2.	Полнота системы собственных функций . . . . .	475
Комментарии к списку литературы . . . . .		481
Список литературы . . . . .		489
Указатель обозначений . . . . .		498
Предметный указатель . . . . .		499